Вадим Дунаев

Преобразования пространства и времени

Оглавление

Предисловие 1

1 Преобразование Галилея 3

2 Преобразование Лоренца 5

3 Преобразование Фогта 10

4 Преобразование Доплера 10

4.1 Источник движется, а наблюдатель покоится 12

4.2 Наблюдатель движется, а источник покоится 16

4.3 Движутся источник и наблюдатель 17

4.4 Домыслы 19

4.5 Большая скорость (β ≥ 1) 21

4.6 Мигающий источник, опыт Рёмера 21

5 О “нулевом” результате опыта Майкельсона 26

5.1 Продольное плечо 27

5.2 Поперечное плечо 28

5.3 Общий и предельные случаи 30

Литература 31

Предисловие

В статье рассматриваются преобразования координат и времени при переходе от одной системы отсчёта к другой, называемые ещё преобразованиями пространства и времени — Галилея, Лоренца, Фогта и др. Преобразования Галилея лежат в основе классической механики движения тел, а преобразования типа Лоренца — в основе теории относительности, как будто обобщающей классическую механику до электродинамики и движения тел со субсветовыми скоростями.

Преобразования Лоренца здесь выводятся как поэтапная модификация преобразований Галилея, приводящая к желаемой многими цели — постоянству скорости света в любой инерциальной системе отсчёта. Сейчас существуют несколько вариантов математически изящного вывода преобразований Лоренца из нескольких аксиом, в которых промежуточные этапы имеют лишь формальный смысл. При этом у обывателей создаётся впечатление: коль скорость света одна и та же во всех инерциальных системах отсчёта (как якобы доказано физическим опытом), то строго математически (то есть научно) доказано, что переход между системами отсчёта обязан описываться формулами Лоренца. В настоящей статье рассматривается “примитивный” вывод преобразований Лоренца, при котором можно интерпретировать каждый его этап, понимая, зачем появляются те или иные элементы окончательных формул. Мне кажется, что это лучше, нежели угадывать

происхождение и физический смысл элементов уже готовых математических формул, пристально разглядывая их и опираясь на свой прежний опыт.

На рассматриваемом в настоящей статье пути построения преобразований, обеспечивающих постоянство скорости света во всех инерциальных системах отсчёта, встречается развилка: можно свернуть налево в сторону к заданной цели (скорость света одна и та же во всех инерциальных системах отсчёта) и получить формулы Лоренца и Фогта, а можно свернуть направо и получить классические формулы для эффекта Доплера. Интересно, что реализация выбранного пути с математической точки зрения определяется лишь способом эквивалентных подстановок в формулы (можно и так, и эдак). Одни подстановки ведут нас к формулам Лоренца, а другие — к формулам эффекта Доплера. Возможно, это обстоятельство породило мысль, что преобразования Лоренца и Доплера как-то связаны друг с другом, или одни ущербны за счёт других, или же они неправильно согласованы.

В настоящей статье формулы Доплера выводятся в наиболее общей, векторной форме. Полагаю, что именно так это и надо было делать, а не приспосабливать частные формулы к обстоятельствам реальных наблюдений, используя проекции векторов на интересующие экспериментаторов направления. Полагаю, что многие недоразумения в прочтении и понимании формул Доплера обусловлены тем, что формулы, обычно приводимые в справочниках, являются приблизительными или упрощёнными, из-за чего в них , в частности, теряется поперечный эффект Доплера, обнаружение которого обычно ставят в заслугу теории относительности.

При выводе классических формул Доплера можно исходить из двух начал. Одно из них — допущение, что свет распространяется с некоторой постоянной скоростью относительно точки пространства, где он возник, и независимо от движения источника. Альтернативное исходное допущение — свет распространяется с постоянной скоростью относительно своего источника, независимо от движения последнего. В данной статье первая модель рассматривается как основная, а вторая — в сопутствующих примечаниях. Хотя альтернативная модель кажется наиболее согласованной с многими нашими предубеждениями, в итоге она оказывается, по большому счёту, несостоятельной, как это будет показано в настоящей статье.

Формулы Доплера в классической модели движения различаются для двух ситуаций — когда движется источник света (или других колебаний) относительно пространства, в котором приёмник неподвижен, и когда движется приёмник при неподвижном источнике. Различие этих формул указывает на то, что принципиально можно обнаружить, что именно движется, источник излучения или его приёмник. Иначе говоря, движение оказывается абсолютным, даже если оно происходит с постоянной скоростью, то есть инерционно.

В заключение объясняется так называемый “нулевой” результат эксперимента Майкельсона. При этом показывается, что именно такой результат и следовало ожидать ещё до проведения опыта, если допустить, что свет распространяется с постоянной скоростью относительно той точки однородного и изотропного пространства, в которой он возник, и независимо от движения источника. Таким образом, нулевой результат, во-первых, опровергает альтернативную гипотезу, согласно которой свет распространяется с постоянной скоростью относительно своего источника и, во-вторых, побуждает нас признать, что опыты Майкельсона, Морли, Миллера и др. не следует рассматривать в качестве экспериментального основания специальной теории относительности.

1 Преобразование Галилея

У преобразований координат между системами отсчёта, движущимися друг относительно друга с постоянной по величине и направлению скоростью (то есть движущимися инерциально), нет автора или первооткрывателя. Они использовались задолго до того, как Галилео Галилей сформулировал классический принцип относительности, которому эти преобразования соответствовали. А потому благодарные потомки стали называть указанные преобразования галилеевыми, или преобразованиями Галилея.

Сейчас мы опишем широко известные преобразования Галилея только лишь затем, чтобы зафиксировать исходный пункт последующих модификаций, приводящих к другим преобразованиям не только координат между инерциальными системами отсчёта, но и самого пространства-времени.

Если дана некоторая точка O, то положение относительно неё любой другой точки H можно описать вектором R, начало которого находится в точке O, а конец — в точке H; точку O назовём точкой отсчёта. Положение той же точки H относительно некоторой другой точки отсчёта O’ описывается аналогично вектором R’. Положение точки O’ относительно точки O описывается вектором R_0. Связь между указанными векторами (рис. 1, а) определяется простым равенством:

$$R = R_0 + R'.$$

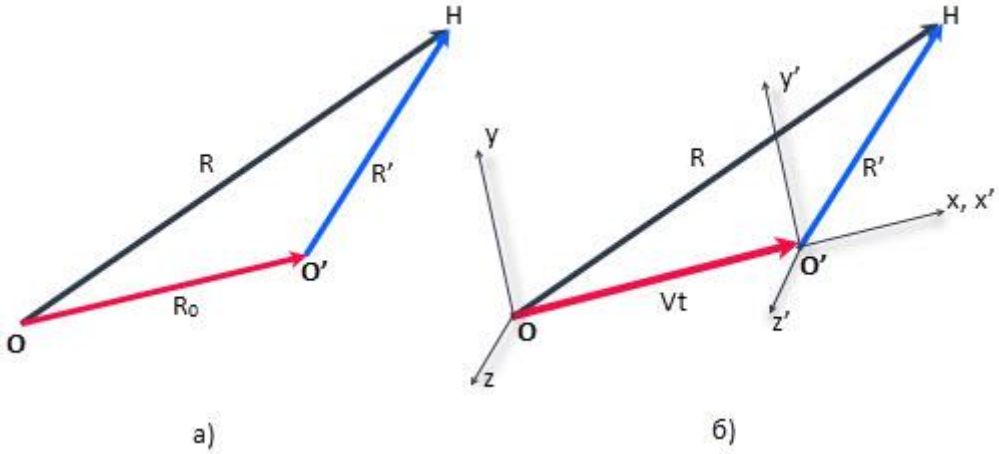

Рис. 1 К преобразованию Галилея

Вектор, как известно, представляется двумя компонентами – числом (модулем, или длиной вектора) и направлением. Здесь и далее прописными буквами обозначаются вектора, а их модули — соответствующими строчными буквами. Например, если V — вектор, то v — его модуль (длина).

Точку O будем условно считать неподвижной, а точку отсчёта O’ — движущейся относительно неё с постоянным по величине и направлению вектором скорости V, то есть инерциально. Если при этом в некоторый начальный момент времени t = 0 точки отсчёта O и O’ совпадали, то в момент времени t положение точки O’ описывается вектором $R_0 = Vt$, и выполняются равенства, представляющие собой преобразования Галилея в векторной форме:

$R' = R - Vt$ — прямое преобразование Галилея;

$R = R' + Vt$ — обратное преобразование Галилея.

Переходы между прямым и обратным преобразованиями получаются посредством переноса величин из одной стороны равенства в другую. Вместе с тем, для этой же цели можно ввести, ради изящества, процедуру “штрих”, применяемую одновременно к векторам в обеих частях равенств следующим образом:

1) R заменяется на R’, а R’ на R;
2) знак перед скоростью V изменяется на противоположный.

Если обе части равенства, соответствующего преобразованию Галилея, продифференцировать по времени, то получим классическое правило сложения скоростей:

$$\frac{dR'}{dt} = \frac{dR}{dt} - V,$$

$$\frac{dR}{dt} = \frac{dR'}{dt} + V.$$

Теперь с точками отсчёта O и O’ свяжем прямоугольные системы координат — (t, x, y, z) и (t’, x’, y’, z’). Хотя направление осей координат может быть произвольным, для удобства и наглядности оси x и x’ направим по вектору скорости V, то есть вдоль направления движения точки O’ относительно точки O, а остальные соответствующие оси сделаем однонаправленными (рис. 1, б). Таким образом, в любой момент времени оси x и x’ совпадают, а другие соответствующие оси параллельны и совпадают только в начальный момент t = t’ = 0. Систему отсчёта (t, x, y, z), как уже отмечалось, условно считаем неподвижной, а “штрихованную” систему (t’, x’, y’, z’) — движущейся относительно неподвижной системы с постоянной скоростью V. При таком определении систем отсчёта преобразование Галилея имеет наиболее простую координатную форму:

$$t' = t \qquad (1г)$$

$$x' = x - vt \qquad (2г)$$

$$y' = y \qquad (3г)$$

$$z' = z \qquad (4г)$$

Здесь v — модуль вектора скорости V. Далее оси x и x’ систем координат условимся называть горизонтальными, а другие оси — вертикальными.

Нетрудно также показать, что преобразования Галилея сохраняют длину отрезка прямой и интервала времени.

Преобразования, обратные приведённым выше, получаются посредством переноса величин из одной стороны равенства в другую, а также с помощью ранее описанной процедуры “штрих”. Например, применение операции “штрих” к (2г) приводит к равенству

$$x = x' + vt \qquad (2г')$$

Остальные равенства операция “штрих” оставляет, по существу, без изменений.

Преобразование Галилея, как само собой разумеющееся и без всякого сомнения, использовалось в классической механике при описании поступательного движения твёрдого тела. Свет (а также электромагнитные волны) — объект, отличающийся от твёрдого тела. Если оставить в стороне известную нам специфику природы света, независимо от её представления, волнового или корпускулярного, то с точки зрения одной лишь кинематики нет видимых причин не использовать преобразования Галилея для описания его движения. В результате последовательного применения преобразований Галилея к свету получим классические формулы, описывающие эффект Доплера. Если же потребовать, чтобы скорость света была одинаковой и в неподвижной, и в подвижной (а значит, в любой инерциальной) системах отсчёта, то придётся отказаться от преобразования Галилея, поскольку требование постоянства скорости света не совместимо с классическим правилом сложения скоростей. Выяснение, зачем некоторым физикам потребовалось постоянство скорости света во всех инерциальных системах отсчёта, выходит за рамки настоящей статьи. Меня здесь интересует, что и как следует предпринять, чтобы добиться указанного постоянства. Обратите внимание на

математические манипуляции, легко ведущие к желаемой цели. С математической точки зрения они корректны, однако физикам не стоит беззаветно и полностью принимать предлагаемые математические модели, не проследив со всей тщательностью их генезис. Ведь в любой момент в строящуюся модель может быть незаметно внедрён чужеродный и разрушительный фрагмент.

В специальной теории относительности (СТО) постулируется постоянство скорости света во всех инерциальных системах отсчёта. Математически это обеспечивается широко известным преобразованием Лоренца между системами отсчёта. Однако оно не единственное преобразование, обеспечивающее указанную цель, а потому физики не могут аргументировать свой выбор безальтернативностью ситуации. Далее мы рассмотрим, каким образом можно получить лоренцевы и некоторые другие преобразования из классических галилеевых. В литературе известно несколько математически изящных построений преобразований Лоренца, промежуточные этапы которых имеют исключительно формальный смысл. В настоящей статье мы попытаемся интерпретировать шаги, ведущие к цели.

2 Преобразование Лоренца

Пусть в момент времени t = 0, когда обе системы отсчёта совпадали, в их начале возникла сферическая световая волна, распространяющаяся с некоторой постоянной скоростью *c* относительно неподвижной системы. Если угодно, можно допустить вместо волны возникновение потока фотонов, распространяющихся во все стороны. Однако волновая терминология представляется более наглядной.

Допустим далее, что и в подвижной системе скорость света будет такой же. Очевидно, это формально возможно, только если t’ ≠ t, и поэтому нам предстоит преобразовать время при переходе от одной системы координат к другой.

Пусть сферическая световая волна в неподвижной (нештрихованной) системе в момент времени t пересекает горизонтальную ось в точке x = ct; t = x/c (рис.2). Тогда преобразование Галилея (2г) примет вид:

$$x' = ct - vt = ct - vx/c.$$

Заметим попутно, что первое вхождение времени t в формулу остаётся без изменений, а второе выражается через координату x.

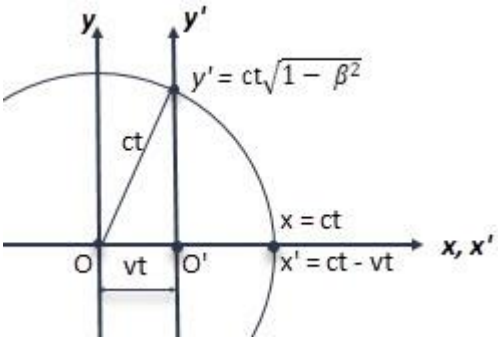

Рис. 2 К преобразованию Лоренца

В неподвижной системе скорость света равна *c* по определению. Поскольку требуется, чтобы и в подвижной (штрихованной) системе скорость света была равной *c*, в последнем выражении заменим x’ на ct’:

$$ct' = ct - vx/c.$$

Разделив обе части этого равенства на *c*, получим:

$$t' = t - vx/c^2.$$

В данном пункте нетрудно прийти к идее, принятой в теории относительности, что в разных местах время течёт по-разному. Однако продолжим, заметив, что уже выполненных трансформаций преобразований Галилея ещё недостаточно. Так, если на горизонтальном направлении выполняется

равенство x/t = x′/t′ = c, то на вертикальном направлении при $x = vt$ и $v \neq 0$ (в точке y′ пересечения световой волны с вертикальной осью подвижной системы) получается неравенство y′/t′ ≠ c. То же самое и для оси z′. В самом деле,

$$y' = \sqrt{(ct)^2 - (vt)^2} = ct\sqrt{1 - \beta^2},$$

$$t' = t - vx/c^2 = t - vvt/c^2 = t(1 - \beta^2),$$

$$\frac{y'}{t'} = \frac{ct\sqrt{1-\beta^2}}{t(1-\beta^2)} = \frac{c}{\sqrt{1-\beta^2}} \neq c.$$

Здесь и далее $\beta = v/c$.

Нетрудно заметить, что для обеспечения равенства y′/t′ = c нам необходим корректирущий множитель Q, который придётся добавить к правой части формулы либо для времени t′, либо для координаты y′ (а также z′). Таким образом, возможны два варианта дальнейшего конструирования преобразований. Первый из них приводит к формулам Лоренца, а второй — Фогта.

Если пойти по пути коррекции времени t′, то соответствующий множитель

$$Q = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

следует добавить не только к правой части равенства $t' = t - vx/c^2$, но ещё и к правой части равенства (2г), чтобы сохранить равенство x′/t′ = c; преобразования (3г) и (4г) для вертикальных координат оставляем без изменений.

Таким образом, мы получили преобразования Лоренца:

$$t' = Q(t - vx/c^2), \quad (1л)$$

$$x' = Q(x - vt), \quad (2л)$$

$$y' = y, \quad (3л)$$

$$z' = z, \quad (4л)$$

где $Q = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Заметим, что если во все правые части равенств (1л — 4л) добавить ещё некоторый масштабирующий множитель η(v), зависящий от скорости v подвижной системы, то такие преобразования Лоренца также обеспечат постоянство скорости света в любой инерциальной системе. Об этом знали Г. Лоренц, А. Пуанкаре, А. Эйнштейн и другие. Эйнштейн определил его значение η(v) = 1, исходя из следующих равенств:

η(v) η(-v) = 1 — последовательное применение прямого и обратного преобразований эквивалентно тождественному преобразованию, оставляющему всё без изменений*;*

η(v) = η(-v) — поскольку пространство изотропно, изменение знака скорости не должно влиять на масштаб.

А. Пуанкаре считал, что преобразования Лоренца должны составлять математическую группу, а потому следует принять η(v) = 1. Наличие групповых свойств у преобразований координат очень важно, но условие η(v) = 1 не является для этого единственно возможным. Странно, что проницательный Пуанкаре этого не заметил. Таким образом, Пуанкаре и Эйнштейн оказались солидарны друг другу. Л.И. Верховский показал, что групповые свойства преобразований Лоренца также

сохраняются, если η(v) = $\sqrt{(1+\beta)/(1-\beta)}$. Именно такой множитель возникает в релятивистской формуле для эффекта Доплера.

Используя преобразования Лоренца с указанным Верховским множителем η(v), мы получаем несколько иную теорию относительности, отличную от утвердившейся в настоящей литературе. Верховский, видимо, полагал, что таким образом можно учесть (а лучше сказать, внедрить) эффект Доплера изначально в собственно преобразованиях координат, а не извлекать его как следствие из принятых преобразований Лоренца при η(v) = 1. Тем самым он попытался ответить на запрос, сформулированный ещё Л. Бриллюэном в начале XX-го века. Однако, по существу, Верховский попытался скорректировать исходные преобразования Лоренца не чем-то внешним, а тем, что из них вытекает. С точки зрения логики это плохо (цикл, который сродни порочному кругу), а с точки зрения творчества — любопытно и занимательно. А почему бы не попробовать? Преобразования координат и времени по Лоренцу и преобразования длины волны и временного периода (частоты) колеблющегося источника по Доплеру как будто связаны (обусловлены понятийно) или, по крайней мере, похожи внешне, то есть формально. Я не буду здесь развивать увлекательную тему, предложенную Верховским, а приведу лишь преобразования Лоренца с корректирующим множителем η(v) = $\sqrt{(1+\beta)/(1-\beta)}$, выполнив предварительно элементарные арифметические преобразования:

$$t' = \left(t - \frac{vx}{c^2}\right)/(1-\beta), \qquad (1в)$$

$$x' = (x - vt)/(1-\beta), \qquad (2в)$$

$$y' = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta}y, \qquad (3в)$$

$$z' = \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1-\beta}z, \qquad (4в)$$

Эффект Доплера мы рассмотрим подробно в разделе 4. А здесь заметим, что у знакомых с ним может возникнуть соблазн как-то проинтерпретировать приведённые выше формулы. Так, формулы (1в) и 2(в) хочется понимать, как классические преобразования Галилея, но масштабированные соответственно периодом и длиной волны в условиях, когда наблюдатель неподвижен, а источник волн движется со скоростью v. В формулах (3в) и 4(в) масштабирование производится посредством коэффициента, равного отношению длин волн в поперечном и продольном направлениях. Возможно, здесь есть что-то важное для понимания, вот-вот мы поймём истинную связь между преобразованиями пространства-времени (Лоренца) и преобразованиями Доплера. Однако интерпретация формул, чем любят заниматься популяризаторы науки, это совсем не теория явления, построенная с использованием этих формул. Интерпретировать нужно аксиомы — исходные положения теории (и то, если они подкрепляются опытом), а не промежуточные выкладки математической модели.

Далее и кроме того, вместо преобразований Лоренца и их модификаций ради обеспечения постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчёта мы могли бы использовать и другие преобразования, например, преобразования Фогта (см. разд. 3). Так что, признанная многими физиками специальная теория относительности А. Эйнштейна — не единственно возможная теория, основанная на постулате постоянства скорости света.

Возвращаясь к традиционным преобразованиям Лоренца, заметим, обратные к ним преобразования могут быть получены, кроме обычного способа, с помощью операции “штрих”, как и в случае преобразований Галилея:

$t = Q(t' + vx'/c^2)$, (1л')

$x = Q(x' + vt')$, (2л')

$y = y'$, (3л')

$z = z'$, (4л')

где Q = $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Отметим, что преобразования Лоренца, в отличие от преобразований Галилея, не сохраняют длины отрезка прямой и интервала времени: с точки зрения неподвижного наблюдателя движущийся объект сплющивается в направлении движения, а его часы идут медленнее. Кроме того, формулы Лоренца теряют смысл при сверхсветовых скоростях (v > c или $\beta > 1$), а правило сложения скоростей отличается от классического. Разумеется, эти выводы следуют из математической модели (корень из отрицательной величины не является вещественным числом, а потому не может соответствовать ничему натуральному, то есть физическому, а тем более — материальному). Рассмотрим, как выводятся перечисленные эффекты.

Сокращение размера тела в направлении движения получают преобразованием Лоренца уравнения сферы из подвижной системы координат в неподвижную, в которой сфера превращается в эллипсоид.

Уравнение сферы радиуса R с центром в начале движущейся системы координат:

$$\frac{x'^2}{R^2} + \frac{y'^2}{R^2} + \frac{z'^2}{R^2} = 1 .$$

Применяя обратные преобразования Лоренца (2л') — (4л'), получаем уравнение эллипсоида:

$$\frac{(x-vt)^2}{(R\sqrt{1-\beta^2})^2} + \frac{y^2}{R^2} + \frac{z^2}{R^2} = 1.$$

Как видим, ось эллипсоида вдоль движения (оси координат x) равна $R\sqrt{1-\beta^2}$, и меньше других осей, равных R. Таким образом, шар, покоящийся относительно движущейся системы, движется относительно покоящейся системы, в которой он представляется уже эллипсоидом (сферой, сжатой вдоль оси x).

Замедление движущихся часов по сравнению с покоящимися получают посредством преобразования Лоренца (1л). Пусть часы, покоящиеся относительно движущейся системы отсчёта, расположены в её начале координат. Тогда, находясь в точке x = vt относительно неподвижной системы, они покажут время

$$t' = \frac{t - vvt/c2}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{t(1-\beta^2)}{\sqrt{1-\beta^2}} = t\sqrt{1-\beta^2}.$$

Взяв производную dt'/dt и умножив обе части получившегося равенства на dt найдём связь между интервалами времени dt' и dt , измеряемыми соответственно в движущейся и неподвижной системах:

$dt' = dt\sqrt{1-\beta^2}$,

$dt = \frac{dt'}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Рассмотренное замедление времени в движущейся системе приводит к широко известному так называемому парадоксу близнецов, навязчивой интерпретации которого посвящены тысячи страниц.

На мой взгляд, не надо мучиться, пытаясь как-то интерпретировать приведённые выше формулы. Основная интерпретация уже декларирована сторонниками теории относительности: неподвижный наблюдатель обязан признать, что подвижный объект сплющивается в направлении своего движения, а его собственные часы идут медленнее. Такая модель позволяет многое объяснить (а понять?) неподвижному наблюдателю.

Правило сложения скоростей (выражения для dx/dt, dy/dt и dz/dt), вытекающее из преобразований Лоренца, отлично от классического, и получается следующим образом.

Из (2л') находим:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\frac{dx'}{dt} + v\frac{dt'}{dt}}{\sqrt{1-\beta^2}};$$

$$dx = \frac{dx' + vdt'}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Из (1л') находим:

$$\frac{dt}{dt} = \frac{\frac{dt'}{dt} + \frac{v}{c^2}\frac{dx'}{dt}}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$dt = \frac{dt' + \frac{v}{c^2}dx'}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Разделив dx на dt, получаем

$$\frac{dx}{dt} = \frac{dx' + vdt'}{dt' + \frac{v}{c^2}dx'},$$

откуда после деления числителя и знаменателя на *dt'* получаем в итоге компоненту скорости по оси x:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\frac{dx'}{dt'} + v}{1 + \frac{v\frac{dx'}{dt'}}{c^2}}.$$

Аналогичным способом находим компоненты скорости по осям y и z:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\frac{dy'}{dt'}\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{v\frac{dx'}{dt'}}{c^2}};$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\frac{dz'}{dt'}\sqrt{1-\beta^2}}{1 + \frac{v\frac{dx'}{dt'}}{c^2}}.$$

При преобразовании Лоренца складываемые скорости не должны превышать *c*, а их сумма всегда не превышает *c*. Например, при *v = dx'/dt' = c* скорость *dx/dt* в неподвижной системе отсчёта равна *c*, а не 2*c* как случае преобразований Галилея.

3 Преобразование Фогта

В предыдущем разделе отмечалось, что корректирующий множитель Q = $\sqrt{1-\beta^2}$ можно было добавить либо к правым частям выражений $t' = t - vx/c^2$ и $x' = x - vt$, либо к выражениям только для вертикальных координат. Преобразования Лоренца, принятые в СТО, получаются путём коррекции выражения для времени и горизонтальной координаты. Если же множитель Q добавить к выражениям только для вертикальных координат, то получатся так называемые преобразования Фогта:

$$t' = t - vx/c^2, \qquad (1ф)$$

$$x' = x - vt, \qquad (2ф)$$

$$y' = y/Q, \qquad (3ф)$$

$$z' = z/Q, \qquad (4ф)$$

где Q = $\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$.

Согласно преобразованиям Фогта, объект растягивается по направлениям, перпендикулярным направлению движения, при этом скорость течения времени (длительность интервалов времени) остаётся такой же, как и в неподвижной системе отсчёта.

Заметим, что преобразование Фогта появилось в литературе раньше преобразования Лоренца, но в физике, принявшей специальную теорию относительности, прижилось именно преобразование Лоренца. Значит, было ещё что-то, кроме желания сделать скорость света постоянной во всех инерциальных системах отсчёта, что предопределило выбор в пользу преобразований Лоренца, а не Фогта. Используя упомянутую ранее идею Верховского применительно к преобразованиям не Лоренца, а Фогта, можно было бы построить ещё одну теорию относительности.

4 Преобразование Доплера

В предыдущих разделах настоящей статьи мы выясняли, как следует модифицировать пространственные координаты и время, чтобы свет, распространяющийся в некоторой инерциальной системе отсчёта с некоторой скоростью, имел бы такую же скорость и в любой другой системе, движущейся относительно первой равномерно и прямолинейно. Иначе говоря, мы “прогибали” пространство-время ради неизменности одной из характеристик света — его скорости. Теперь же мы рассмотрим, что происходит со светом при движении его источника или/и наблюдателя, если различные инерциальные системы отсчёта связаны между собой обычными преобразованиями Галилея. Ответ широко известен: свет (электромагнитные волны) изменяет свои основные характеристики — частоту колебаний и длину волны — в соответствии с формулами, описывающими эффект Доплера. Хотя мы будем говорить о движении света, следует иметь в виду, что приводимые далее формулы применимы к волновым процессам любой природы. В частности, они описывают движение волн на поверхности воды, а также распространение звуковых волн.

Классические формулы эффекта Доплера могут быть выведены на полпути построения преобразований Лоренца. Так, мы начали с преобразования Галилея $x' = x - vt$. Поскольку сферическая световая волна в неподвижной (нештрихованной) системе отсчёта в момент времени t пересекает горизонтальную ось в точке $x = ct$, преобразование Галилея можно записать в виде:

$x' = ct - vt$.

Данная формула — развилка на пути модификации преобразования Галилея. Стремясь получить преобразование Лоренца, мы оставили первое вхождение времени t в приведённую выше формулу без изменений, а второе заменили на x/c, получив в результате важные промежуточные формулы:

$x' = ct - vx/c$,

$t' = t - vx/c^2$.

Если же не делать этого, то остаётся свернуть на дорогу, ведущую к классическим формулам эффекта Доплера. Но прежде всего определим простую модель распространения света (а также электромагнитных волн) и связанные с ней основные величины — длину волны, частоту (период) колебаний генерирующего волны некоего источника и т.д. Делая это, физику волн различной природы, разумеется, я как-то учитывал, но все последующие построения от неё, по крайней мере явно, не зависят.

Пусть в некоторой части пространства свет распространяется во всех направлениях с некоторой скоростью *c* относительно точки, в которой он возник. Тогда световую волну представим в виде сферы, радиус которой увеличивается с постоянной скоростью c, а центр постоянно располагается в том месте, где находился источник в момент возникновения волны.

> ***Примечание.*** *А существуют ли другие (альтернативные) модели? Да, существуют, и самой конкурентноспособной из них является такая: свет распространяется во всех направлениях с некоторой скоростью c относительно источника, как бы он ни двигался (В.И. Секерин, Е.Н. Авдеев и др.). Важнейшим следствием этой модели является то, что с точки зрения покоящегося наблюдателя скорость света векторно складывается со скоростью движения источника, подобно тому как скорость пуль относительно пулемёта складывается со скоростью последнего. Может показаться, что тогда всё происходит согласно классической механике и сохраняется классический принцип относительности движения — формулы оказываются одинаковыми независимо от того, что движется, а что покоится. Однако данная модель не согласуется с наблюдаемым распространением других волн в средах, например, звуковых или от вибрирующего поплавка, движущегося в стоячей или текущей воде, не говоря уже об эфире. Но сторонники данной модели обычно отбрасывают гипотезу светоносного эфира и обычно рассматривают свет не как волны, а как поток фотонов. Далее мы рассмотрим различные схемы движения, но начнём со схемы, согласно которой свет распространяется во всех направлениях с некоторой скоростью относительно точки, в которой он возник, и независимо от последующего движения источника. Иначе говоря, мы начнём с определения, которое предшествовало данному примечанию.*

Источник света характеризуется частотой f (или периодом T = 1/f) генерируемых им колебаний, которые и распространяются от него волнообразно. Во всех точках одной и той же сферы колебания имеют одинаковые фазы. Очевидно, если зафиксировать для рассмотрения какую-нибудь одну фазу, то вся картина распространения волн примет дискретный характер — набор сфер увеличивающегося радиуса, соответствующих данной фазе колебаний. Например, при наблюдении волн на воде мы обычно концентрируем своё внимание на гребнях или впадинах водной поверхности как наиболее заметных. Далее мы будем рассматривать наборы волн одной и той же, не важно какой именно, фазы. Разумеется, в частном случае распространения волн в плоскости последние изображаются не сферами, а окружностями. В иллюстрациях ради удобства восприятия мы также воспользуемся плоской моделью.

Введём систему отсчёта, начало которой совпадает с центром какой-нибудь волны; такую систему условимся называть неподвижной. Далее, говоря о покое или движении наблюдателя или источника без указания системы отсчёта, мы будем иметь в виду неподвижную систему. Если источник колебаний неподвижен относительно этой системы, то все волны концентричны — имеют единый

центр. Если же источник движется равномерно и прямолинейно со скоростью v, то волны оказываются эксцентричными — у каждой свой центр.

Волна за время, равное периоду T колебаний источника, распространяется на расстояние λ, которое можно было бы назвать длиной волны, при этом c = λ/T — скорость волны. С другой стороны, длина волны — расстояние между двумя смежными волнами.

Волны от неподвижного источника концентричны, поэтому длина волны λ определяется естественным образом как расстояние между любыми двумя смежными волнами, измеренное вдоль любого направления на источник, являющийся их общим центром. Для неподвижного наблюдателя при любом направлении на источник выполняется равенство c = λ/T.

Если источник движется равномерно и прямолинейно, то волны эксцентричны, поэтому определение длины волны не столь очевидно как при покоящемся источнике. Однако как бы ни определить расстояние λ’ между смежными волнами в этом случае, оно будет отличаться, вообще говоря, от λ. Но тогда и период колебаний T’ будет, вообще говоря, отличаться от T, поскольку должно выполняться равенство c = λ’/T’. В этом и заключается эффект Доплера в случае движущегося источника и покоящегося наблюдателя. Эффект Доплера возникает и тогда, когда движется наблюдатель, а источник покоится, но в этом случае он описывается другими формулами.

4.1 Источник движется, а наблюдатель покоится

Простейшие формулы эффекта Доплера для движущегося источника и неподвижного наблюдателя получаются для частного случая, когда наблюдатель находится на прямой линии движения источника. При этом возможны два варианта: источник приближается к наблюдателю, либо удаляется от него. Однажды возникшая волна за время, равное периоду T, пройдёт расстояние равное cT, а источник за это же время переместится на расстояние vT, и в этом положении в момент окончания периода T возникнет новая волна, имеющая в начальный момент нулевой радиус (рис. 2). Расстояние между первой и второй волнами вдоль прямой движения источника и есть длина волны, которую обозначим через λ’.

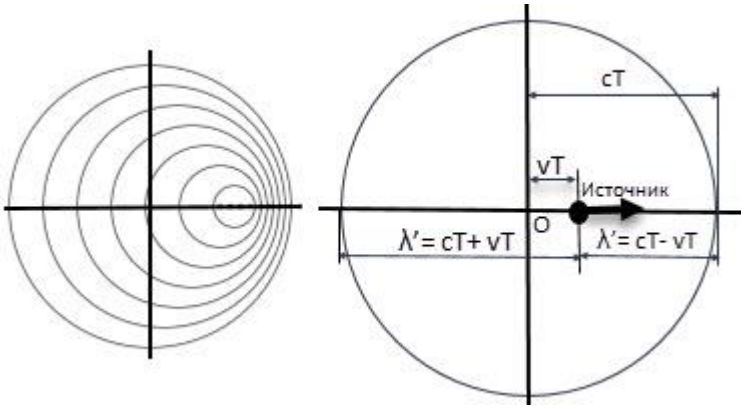

Рис. 4.1 Длина волны на линии движения источника

Очевидно, в рассматриваемом случае λ’ имеет два значения (на рис. 4.1 для наблюдателя слева и справа от источника):

$$\lambda' = cT \pm vT = cT(1 \pm \beta) = \lambda(1 \pm \beta), \qquad (4.1)$$

где $\beta = v/c$;

λ — расстояние, проходимое волной за время T, которое называют ещё собственной длиной волны, или длиной волны от покоящегося источника;

знак “+”, если источник удаляется от наблюдателя;

знак “-”, если источник приближается к наблюдателю.

Разделив обе части равенства (4.1) на c, получим выражение для периода колебаний:

$$T' = \lambda'/c = T(1 \pm \beta). \qquad (4.2)$$

Общие формулы эффекта Доплера для любого направления приёма волны при движущемся источнике и неподвижном наблюдателе можно записать в векторной форме:

$$\lambda' = |C - V|T, \qquad (4.3)$$

$$T' = \frac{|C - V|T}{|C|} \qquad (4.4)$$

Здесь C и V — векторы скорости света в точке наблюдения и скорости источника соответственно; прямые скобки — операция вычисления модуля вектора с помощью теоремы косинусов:

$$|C - V| = \sqrt{c^2 - 2cv\cos\varphi + v^2} = c\sqrt{1 - 2\beta\cos\varphi + \beta^2},$$

где φ — угол межу вектором скорости движения источника и вектором скорости света в точке наблюдения (приёма волны); вектор скорости света в точке наблюдения направлен по нормали к волне в этой точке, или по прямой из центра принимаемой волны к наблюдателю; c = |C|, v = |V|; при $|\varphi| < \pi/2$ центр волны приближается к наблюдателю, а при других значениях — удаляется.

Общие формулы эффекта Доплера (4.3) и (4.4) основываются на следующем определении длины волны движущегося источника, принимаемой неподвижным наблюдателем (рис. 4.2):

длина волны в некоторой её точке — минимальное расстояние между этой точкой и такой точкой на ближайшей следующей по времени волне, в которой её вектор скорости параллелен вектору скорости в первой точке и направлен в ту же сторону.

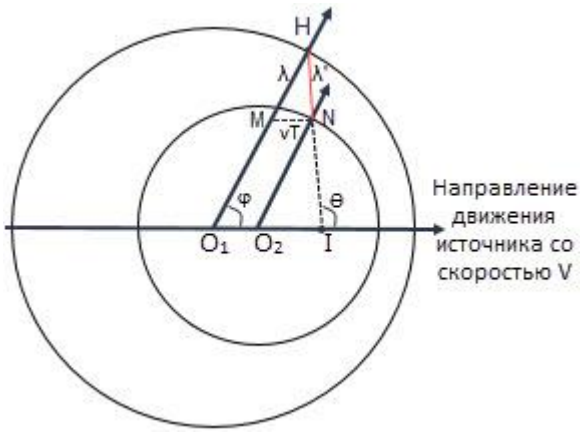

Рис. 4.2 Длина волны λ' движущегося источника, воспринимаемая неподвижным наблюдателем в точке H

Данное определение, можно перефразировать и так:

длина волны в некоторой её точке — минимальное расстояние между этой точкой и такой точкой на ближайшей следующей по времени волне, в которой нормаль этой волны параллельна и направлена в ту же сторону, что и нормаль волны в первой точке.

На рис. 4.2 длина волны движущегося источника, воспринимаемая неподвижным наблюдателем в точке H, равна длине отрезка прямой HN; точки O_1 и O_2 — центры двух смежных волн, расстояние между которыми равно vT — перемещению источника за период T колебаний (отрезки O_1O_2 и MN параллельны и равны); источник волн I находится где-то правее указанных центров на пересечении его траектории с прямой HN.

Отметим, что длина волны, соответствующая данному определению и вытекающим из него формулам (4.3) и (4.4), остаётся одной и той же на любом расстоянии от источника, то есть как в ближней, так и дальней зонах, чего не скажешь в случае других часто встречающихся определений, связанных не с центром принимаемой волны, а с реальным положением источника.

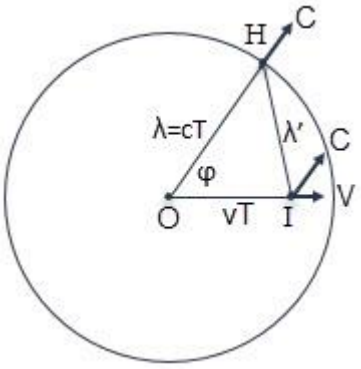

Рис. 4.3 К выводу формулы эффекта Доплера для движущегося источника

С учётом данного замечания вывод общей формулы для длины волны можно проиллюстрировать рис. 4.3, на котором показаны одна круговая волна, распространившаяся от своего центра O за период T на расстояние λ = cT, а также источник I, переместившийся относительно центра O на расстояние vT. В этом положении источник генерирует следующую волну, которая в начальный момент времени имеет нулевой радиус. Длина волны λ', измеряемая в точке H неподвижным относительно центра O наблюдателем, равна длине отрезка HI. Однако такую же длину волны измерит в точке H и наблюдатель, неподвижный относительно источника I, то есть движущийся относительно O со скоростью V. В самом деле, в обеих системах отсчёта, связанной с центром O и связанной с источником I, длина волны λ' есть длина одного и того же отрезка HI. Более подробно об этом — в разделе 4.3.

Очевидно, что рассмотренные ранее частные случаи, когда наблюдатель находится на линии движения источника, являются следствиями приведённых выше общих формул. Так, при удалении источника от наблюдателя φ = π, а потому

$$|C - V| = c\sqrt{1 + 2\beta + \beta^2} = c(1 + \beta);$$

при приближении источника φ = 0, и поэтому

$$|C - V| = c\sqrt{1 - 2\beta + \beta^2} = c(1 - \beta).$$

При φ = ± π/2, когда волна в точке приёма распространяется перпендикулярно (поперёк) направлению движения источника,

$$|C - V| = c\sqrt{1 + \beta^2}$$

и, следовательно,

$$\lambda' = cT\sqrt{1 + \beta^2} = \lambda\sqrt{1 + \beta^2},$$

$$T' = T\sqrt{1 + \beta^2}.$$

Таким образом, поперечный эффект Доплера не теряется в классической теории, как многие об этом говорят, и заключается он в *красном* смещении длины волны и частоты (периода) колебаний. В классических формулах, приводимых в справочниках и учебной литературе, поперечный эффект Доплера не выражается по простой причине: формулы упрощены путём пренебрежения членами второго порядка малости (то есть членами с β^2, $\beta < 1$). Упрощение получается, если вместо модуля векторной разности $|C - V|$ использовать приближённое выражение c – v cos φ, в котором второй член является проекцией вектора V на вектор C. В тех же работах, где поперечный эффект в рамках классической теории всё же обнаруживается, можно встретить не красное, а фиолетовое смещение (например, О.Е.Акимов). Однако это связано с определением длины волны, а точнее — с вопросом о том, под каким углом следует вычислять длину принимаемой волны. Акимов, как и подавляющее

большинство других авторов, полагают, что φ — угол между вектором V и направлением из источника волн на точку наблюдения (на рис. 4.2 это угол Θ).

Н.В.Купряев, критикуя Акимова, считает, что воспринимаемую длину волны следует вычислять под углом видимости не источника, а центра этой волны, поскольку именно центр приходящей волны наблюдатель воспринимает как изображение источника, в то время как реальное положение источника к моменту прихода волны может быть каким угодно. На больших расстояниях реальный источник не виден наблюдателю, а видно только его изображение, принесённое волной, в том месте, в котором реальный источник находился когда-то ранее. Так, например, наблюдаемые на небе даже ближайшие звёзды были там несколько лет тому назад. Если принимаемая волна прошла, скажем, путь 1000 км, то реальный источник, движущийся со скоростью 30 км/с, сместится от своего наблюдаемого изображения на 100 м. Я полностью принимаю аргумент Купряева, но далее наши пути расходятся.

Используя теорему синусов, О.Е. Акимов выразил λ’ через угол Θ между вектором скорости V и направлением источник — наблюдатель (см. рис. 4.2) следующим образом:

$$\lambda' = \lambda(\sqrt{1 - \beta^2 sin^2\Theta} - \beta \cos\Theta). \qquad (4.5)$$

При Θ = ± π/2 из (4.5) следует, что $\lambda' = \lambda\sqrt{1 - \beta^2}$ — “фиолетовое” смещение длины волны, с чем и не соглашался Н.В. Купряев. Однако поперечный эффект Доплера это эффект, возникающий при φ = ± π/2, а не при Θ = ± π/2, и приводит он к “красному” смещению длины волны. При малой скорости движения источника и Θ = ± π/2 величина φ мало отличается от ± π/2. В самом деле, связь между углами Θ и φ выражается по теореме синусов следующим образом:

$$\sin(\pi - \Theta)/\lambda = \sin\varphi/\lambda' = \sin(\Theta - \varphi)/\beta\lambda ,$$

откуда получаем формулу для разности $\theta - \varphi$:

$$\sin(\Theta - \varphi) = \beta\sin(\Theta).$$

Как видно, синус разности углов Θ и φ не превосходит по абсолютной величине отношения скоростей β, и чем меньше скорость, тем ближе друг к другу Θ и φ . Например, при v = 30 км/с и c = 300000 км/с ($\beta = 10^{-4}$) разность углов Θ и φ не превышает 21’’; если $\Theta = \pm 90^0$, то $\cos\varphi = \beta$, и при $\beta = 10^{-4}$ угол $\varphi = \pm 89{,}994^0$.

В литературе нередко приводятся приблизительные формулы эффекта Доплера, в которых фигурирует угол φ между V и направлением из точки наблюдения на источник волн, а не направлением распространения волны в точке наблюдения, как в данной статье. О недостатках использования направления на источник, а не центр принимаемой волны, уже говорилось. Угол между V и направлением на центр волны отличается от угла φ между V и C на π. Очевидно, при переходе к этому новому углу и сохранении старого обозначения в приведённых ранее формулах следует заменить знак при cos φ на противоположный.

Примечание. *В альтернативной модели, согласно которой свет движется с постоянной скоростью C относительно источника, волны концентричны, а их общий центр совпадает с источником и движется относительно неподвижного наблюдателя со скоростью V. При этом длина волны определяется как расстояние между смежными волнами вдоль луча из источника и равна длине волны для покоящегося источника (λ’ = λ). Скорость волны относительно неподвижного наблюдателя будет равна векторной сумме или разности векторов C и V в зависимости от того, приближается источник к наблюдателю или удаляется от него. Расстояние, равное длине волны λ, волна со скоростью C ± V пройдёт за время T’:*

$$\lambda = |C \pm V|T'.$$

Как мы увидим в следующем разделе, формула для эффекта Доплера оказывается такой же как и в схеме, при которой наблюдатель движется, а источник покоится.

Заметим попутно, что в альтернативной модели наблюдатель всегда видит источник там, где он находится в момент приёма волны, а не там, где он находился в момент её возникновения. А это не в пользу альтернативной модели.

4.2 Наблюдатель движется, а источник покоится

Когда источник покоится, все генерируемые им волны имеют единый центр, находящийся в месте положения источника. Пусть источник покоится, а наблюдатель движется относительно него с постоянной по величине и направлению скоростью V, то есть равномерно и прямолинейно.

Принимаемая наблюдателем волна имеет вектор скорости C – V и длину волны λ — такую же, которую воспринимает и покоящийся относительно источника наблюдатель, поскольку в классической механике длина отрезка не зависит от системы отсчёта. С точки зрения движущегося наблюдателя волна со скоростью C - V пройдет расстояние λ за время некоторое время T’, а не T, как для покоящегося наблюдателя. Короче говоря, период колебаний T’ связан с λ, C и V следующим равенством:

$$\lambda = |C - V|T'. \qquad (4.1)$$

Таким образом, эффект Доплера для движущегося наблюдателя описывается следующими формулами:

$$\lambda' = \lambda; \qquad (4.2)$$

$$T' = \frac{\lambda}{|C - V|} = \frac{|C|T}{|C - V|}\ . \qquad (4.3)$$

Заметим, что острым углам φ между векторами скоростей V и C в рассматриваемой здесь схеме движения соответствует удаление наблюдателя от центра принимаемой волны, а не приближение, как при первой схеме движения (источник движется, а наблюдатель покоится). При φ = π/2 поперечный эффект для периода колебаний заключается в фиолетовом смещении, а не в красном как в схеме, при которой движется источник, а наблюдатель покоится. Это видно, из формулы, в которую переходит (4.3) при φ = π/2:

$$T' = \frac{T}{\sqrt{1+\beta^2}}$$

Равенство (4.2) означает, что эффект Доплера для длины волны при покоящемся источнике и движущемся наблюдателе отсутствует. Тем не менее, многие авторы (например, О.Е. Акимов) пытаются объяснить, каким образом подвижному наблюдателю *кажется*, что длина воспринимаемой им волны может отличаться от длины той же волны, измеряемой в той же точке покоящимся наблюдателем. Если же допустить изменение кажущейся длины волны в соответствии с формулой λ’ = |C|T’, то получится, что скорость |C| волны одинакова в любой инерциальной системе отсчёта. Это соответствует конвенции релятивистов применительно к свету и электромагнитным волнам, но не классической теории, в которой λ’/T’ = |C – V|.

Примечание. *Заметим, что эффект Доплера в рассмотренной здесь схеме движения такой же, как и в альтернативной модели (см. примечание в разд. 4.1): длина волны не изменяется (λ’ = λ), а наблюдаемые периоды T’ выводятся из одинаковых формул. Впрочем, это и не удивительно, поскольку в сравниваемых схемах картины волн одинаковы (концентрические круги или сферы), а потому уже не важно, что именно движется — приёмник волн или их источник (общий центр). Необходимо только учесть, что если в альтернативной модели источник имеет некоторую скорость*

V, то в схеме для движущегося наблюдателя и покоящегося источника наблюдатель имеет противоположно направленную скорость -V. В альтернативной модели поперечный эффект выражается в фиолетовом смещении не зависимо от того, что считается движущимся, а что покоящимся.

4.3 Движутся источник и наблюдатель

Эффект Доплера при движении источника и покое наблюдателя обусловлен смещением центров волн при постоянстве скорости C самих волн относительно наблюдателя, при этом изменяются длина волны и период колебаний. А при покое источника и движении наблюдателя эффект Доплера происходит из-за изменения скорости C – V волн относительно наблюдателя, при этом изменяется период колебаний, но длина волны остаётся неизменной. Обратите внимание на различие формул (4.3) и (4.1) эффекта Доплера для этих двух схем движения, которые мы перепишем здесь ещё раз:

$\lambda' = |C - V|T$ — источник движется, а наблюдатель покоится; при этом $T' = \lambda'/c$;

$\lambda = |C - V|T'$ — наблюдатель движется, а источник покоится; при этом $\lambda' = \lambda$.

При явном различии данных формул следует ещё учесть, что если одна из них описывает ситуацию, когда источник (или центр волны) приближается к наблюдателю, то вторая — когда источник (центр волны) удаляется от наблюдателя. Для одной и той же ситуации, например, сближения источника и наблюдателя во второй формуле следует заменить знак “-” на “+”, а в случае удаления такую замену знака следует выполнить для первой формулы. Таким образом, для ситуации, например, сближения источника и наблюдателя формулы эффекта Доплера для двух схем движения примут вид:

$\lambda' = |C - V|T$ — источник движется, а наблюдатель покоится; при этом $T' = \lambda'/c$;

$\lambda = |C + V|T'$ — наблюдатель движется, а источник покоится; при этом $\lambda' = \lambda$.

Заметим, что переход от одной формулы к другой можно выполнить с помощью процедуры “штрих”, как при переходе от одной системы отсчёта к другой, но с той особенностью, что она применяется к длине волны и периоду с заменой знака перед вектором V на противоположный.

Сравним величины T’, полученные из приведённых выше формул:

$T' = |C - V|T/|C|$ — источник движется, а наблюдатель покоится;

$T' = |C|T/|C + V|$ — наблюдатель движется, а источник покоится.

С учётом того, что

$$|C \pm V| = \sqrt{c^2 \pm 2cv\cos\varphi + v^2} = c\sqrt{1 \pm 2\beta\cos\varphi + \beta^2},$$

перепишем приведённые выше формулы для T’ в следующем виде:

$T' = T\sqrt{1 - 2\beta\cos\varphi + \beta^2}$ — источник движется, а наблюдатель покоится;

$T' = T/\sqrt{1 + 2\beta\cos\varphi + \beta^2}$ — наблюдатель движется, а источник покоится.

Данные формулы различны, но они дают результаты, одинаковые с точностью до $\beta^2 T$. В самом деле, для величины $|x| \leq 1$ имеют место равенства:

$\sqrt{1 - x} = 1 - x/2 - x^2/8 - \ldots$,

$1/\sqrt{1+x}$ = 1 – x/2 +3x^2/8 - … .

Разложив формулы для T’ в степенной ряд и отбросив члены со степенями β выше первой, получаем для разных схем движение одно и то же итоговое выражение:

T’ = T(1 - β cos φ).

Заметим попутно, что приведённая выше приближённая формула указывает на отсутствие поперечного (φ = ±π/2) эффекта Доплера.

Таким образом, эффект Доплера для периода (или частоты) колебаний при различных схемах движения оказывается одинаковым с точностью до величин второго порядка малости. Другими словами, не важно, что именно движется, источник или наблюдатель, эффект Доплера для периода (частоты) будет одним и тем же с тем большей точностью, чем меньше β. Однако этого нельзя сказать о длине волны: различие для разных схем движения будет составлять величину порядка βλ, то есть первого порядка малости.

Если мы не знаем априори, что именно движется, а что покоится, то рискуем применить не ту формулу, какую следовало бы. Интересно оценить погрешность из-за применения формулы, не соответствующей истинной схеме движения. Сделаем это для случая $\varphi = 0$, когда источник и наблюдатель сближаются с одинаковой скоростью v вдоль нормали к принимаемым волнам . В этом случае периоды наблюдаемых колебаний и ошибки из-за применения не соответствующей ситуации формулы описываются следующими выражениями:

$T_1' = T(1 - \beta)$ — движется только источник,

$T_2' = T/(1 + \beta)$ — движется только наблюдатель,

$\delta T' = T_1' - T_2' = -T\beta^2/(1+\beta)$ — абсолютная ошибка из-за применения неверной формулы;

$\Delta T_1 = T_1' - T = -T\beta$, $\Delta T_2 = T_2' - T = -T\beta/(1+\beta)$.

Теперь объединим рассмотренные две схемы движения, чтобы получить общие формулы для λ’ и T’ в предположении, что движутся одновременно оба — источник и наблюдатель. Для удобства перепишем формулы эффекта Доплера, снабдив входящие в них величины индексами: 1 — для случая, когда движется только источник, и 2 — для случая, когда движется только наблюдатель. Тогда формулы примут вид:

$\lambda_1' = |C - V_1|T$, $\lambda_2' = \lambda$,

$T_1' = \frac{|C - V_1|}{|C|}T$, $T_2' = \frac{|C|}{|C - V_2|}T$.

Подставив в правые части выражений с индексом 2 вместо λ и T правые части равенств с индексом 1, получим общие формулы, учитывающие одновременное движение и источника, и наблюдателя:

$\lambda' = |C - V_1|T$, (4.4)

$T' = \frac{|C - V_1|}{|C - V_2|}T$. (4.5)

Рассмотрим частный случай, когда скорости источника и наблюдателя относительно неподвижной системы одинаковы (V1 = V2 = V). Очевидно, в этом случае наблюдатель покоится относительно источника. В соответствии с (4.4), длина волны λ’ = |C – V|T и для покоящегося, и для движущегося наблюдателя. Вместе с тем, в соответствии с (4.5), период колебаний

T’ = T|C – V|/|C - V| = T,

то есть такой же, как при покоящемся источнике (собственный период). Например, если источник находится на Земле и неподвижен относительно неё, то покоящийся относительно источника (и Земли) наблюдатель измерит собственный период (частоту) колебаний этого источника, хотя оба они движутся по земной орбите. Однако измеренная длина волны будет отличаться от собственной.

4.4 Домыслы

Рассмотренные ранее точные формулы эффекта Доплера можно несколько модифицировать, чтобы удовлетворить некоторым пожеланиям или предубеждениям. Иначе говоря, рассмотрим некоторые варианты подгонки формул под "желаемый результат". Во-первых, мы могли бы пожелать получить формулу, инвариантную относительно того, что в действительности движется, источник или наблюдатель. Во-вторых, интересно, а как должны выглядеть формулы для наблюдаемых длины волны λ' и периода колебаний T', чтобы всегда выполнялось равенство λ'/T' = c ?

Сначала рассмотрим некоторые модификации, обеспечивающие инвариантность относительно того, что именно движется. Так, в радиолокации и спутниковой навигации используют формулы, выражающие зависимость частоты (периода) принимаемых электромагнитных колебаний не от скоростей источника и приёмника относительно некоторой системы отсчёта, а от радиальной скорости. Радиальная скорость — скорость изменения расстояния между источником и приёмником, или относительная скорость последних вдоль проходящей через них прямой. Она, очевидно, не зависит ни от системы отсчёта, ни от того, что мы считаем движущимся, а что покоящимся.

Представим формулу (4.5) в виде:

$$T' = T\frac{\sqrt{1-2\beta_1\cos\varphi_1+{\beta_1}^2}}{\sqrt{1-2\beta_2\cos\varphi_2+{\beta_2}^2}}.$$

Разложив данное выражение в ряд по степеням $\beta < 1$ и ограничившись членами с β в степени не выше первой, получим приближённое выражение:

$$T' \approx T\frac{1-\beta_1\cos\varphi_1+{\beta_1}^2/2}{1+\beta_2\cos\varphi_2-{\beta_2}^2/2} \approx T(1-(\beta_1\cos\varphi_1-\beta_2\cos\varphi_2)) =$$

$$= \frac{T}{c}(c-(v_1\cos\varphi_1-v_2\cos\varphi_2)) = T(1-\frac{|V_1-V_2|}{c}\cos\varphi).$$

где $v_1\cos\varphi_1 - v_2\cos\varphi_2$ — разность проекций скоростей V_1 и V_2 на направление от центра принимаемой волны к точке наблюдения; $|V_1 - V_2|\cos\varphi$ — проекция разности скоростей V_1 и V_2 на то же направление; φ — угол между вектором V_1 - V_2 и направлением от центра принимаемой волны к точке наблюдения.

При малых значениях β угол между направлениями на точку наблюдения от центра принимаемой волны и от источника волн близок к нулю, поэтому $|V_1 - V_2|\cos\varphi$ приблизительно равна радиальной скорости. В справочниках обычно приводится формула, в которой указывается угол между вектором $V_1 - V_2$ и направлением на источник, а не на точку наблюдения. Поскольку указанные углы отличаются друг от друга на π, использование направления на источник (точнее, центр волны) приводит к замене в указанных выше формулах знаков перед членами с косинусами на противоположные.

Таким образом, формула эффекта Доплера, в которой учитывается относительная скорость движения источника (центра волн) и наблюдателя без различия того, что в действительности движется,

получается путём упрощения точной формулы. Такое упрощение допустимо при малых скоростях источника и/или наблюдателя. Однако при этом теряется поперечный эффект.

Формулу эффекта Доплера, инвариантную относительно того, что именно движется, можно получить и другим способом, а именно путём коррекции формул для движущегося источника и наблюдателя так, чтобы они давали одинаковые результаты.

Исходные формулы при сближении со скоростью V центра принимаемой волны и наблюдателя:

$T' = T\frac{|C-V|}{|C|}$ — источник движется, а наблюдатель покоится;

$T' = T\frac{|C|}{|C+V|}$ — наблюдатель движется, а источник покоится.

Введём в эти формулы такой корректирующий коэффициент k, чтобы они стали одинаковыми:

$$T\frac{|C-V|}{|C|k} = T\frac{|C|k}{|C+V|}.$$

Из данного равенства находим значение k:

$$k = \frac{\sqrt{|C-V||C+V|}}{|C|}.$$

После добавления в качестве сомножителя значения k в знаменатель правой части первой исходной формулы или числитель второй формулы получаем:

$$T' = T\frac{|C-V|}{\sqrt{|C-V||C+V|}} = T\frac{\sqrt{|C-V||C+V|}}{|C+V|} = T\sqrt{\frac{|C-V|}{|C+V|}}.$$

При нулевом угле между векторами C и V данная формула совпадает с релятивистской:

$$T' = T\sqrt{\frac{c-v}{c+v}} = T\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} = T\frac{1-\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} = T\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{1+\beta}.$$

Заметим, данная формула не имеет вещественных значений при $\beta > 1$ (при $v > c$).

> ***Примечание.*** *Как уже упоминалось ранее, в альтернативной модели (волна распространяется с постоянной скоростью относительно источника) формулы эффекта Доплера для движущегося источника и для движущегося наблюдателя одинаковы и, таким образом, обеспечивается инвариантность относительно того, что именно движется.*

Теперь рассмотрим модификацию формул эффекта Доплера, при которой всегда выполняется равенство $\lambda'/T' = |C|$. В первой схеме, при которой движется источник, а наблюдатель покоится, указанное равенство выполняется. А во второй схеме, при движении наблюдателя и покоящемся источнике, имеют место равенства

$\lambda' = \lambda$,

$\lambda = |C - V|T'$,

из которых следует $\lambda'/T' = |C - V|$

Если же допустить, что наблюдателю каким-то образом “кажется” подверженность длины волны эффекту Доплера (то есть $\lambda' = |C|T'$), то, очевидно, выполнится равенство $\lambda'/T' = |C|$. В таком случае окажется, что скорость света имеет одно и то же значение в любой инерциальной системе отсчёта,

как это постулируется в теории относительности. В классической механике этот результат не постулируется, а может быть получен спекулятивным путём.

4.5 Большая скорость (β ≥ 1)

В предыдущих разделах рассматривались формулы эффекта Доплера в предположении, что скорости v_1, v_2 движения соответственно источника колебаний и наблюдателя не превосходят скорости *c* волн ($\beta_i = v_i/c \le 1$). Однако точные классические формулы для λ' и T' (или f' = 1/T'), в отличие от упрощённых и релятивистских, допускают и случай $\beta_i > 1$, поскольку входящие в них подкоренные выражения $1 \pm 2\beta_i \cos\varphi_i + \beta^2{}_i$ при любых $\beta_i \ge 0$ и углах φ_i неотрицательны.

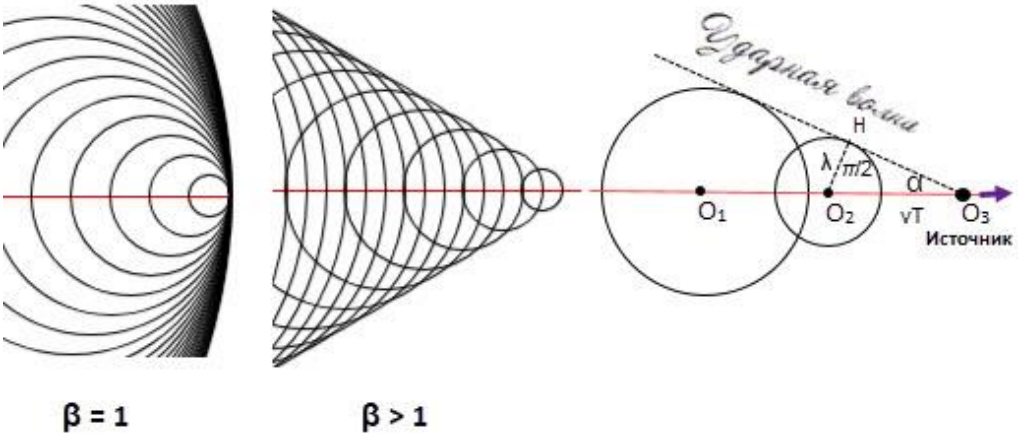

Рис. 4.4 Источник движется со скоростью, равной или большей скорости распространения волн

На рис. 4.4 показана структура волн от источника, движущегося со скоростью, равной или большей скорости самих волн. треугольника O_2HO_3. В этом треугольнике текущее положение источника O_3 отстоит, спустя время T, от предыдущего положения O_2 на расстояние vT. В этот момент волна из центра O_2 распространилась на расстояние, равное собственной длине волны λ источника. Таким образом, выполняются следующие равенства:

$$\lambda/vT = cT/vT = 1/\beta = \sin\alpha.$$

Формулу $\sin\alpha = 1/\beta$ получил Э.Мах при исследовании распространения сверхзвуковых волн. Эффект, аналогичный ударной волне в акустике, возникает при движении заряженных частиц — излучение Вавилова – Черенкова.

Длина волны λ', наблюдаемая в точке H на линии (поверхности конуса) ударной волны, вычисляется в соответствии с определением, данным в начале раздела 3. В данном случае это расстояние HO_3:

$$\lambda' = vT\cos\alpha = vT\sqrt{1 - \sin^2\alpha} = vT\sqrt{1 - 1/\beta^2} = cT\sqrt{\beta^2 - 1} = \lambda\sqrt{\beta^2 - 1}\,.$$

Эта же формула может быть получена непосредственно из формулы

$$\lambda' = |C - V|T = \lambda\sqrt{1 - 2\beta\cos\varphi + \beta^2}$$

с помощью подстановки $\varphi = \pi/2 - \alpha$.

Примечание. *В альтернативной модели общая картина волн при любых значениях* β *остаётся неизменной, а потому эффект ударной волны в этой модели не существует.*

4.6 Мигающий источник, опыт Рёмера

Теперь рассмотрим несколько иную модель распространения света, которая совершенно отвлекается от физической природы последнего. Пусть имеется источник, который периодически то испускает в некотором направлении луч света, то гаснет. Таким образом, в направлении излучения

образуется последовательность световых, скажем так, пакетов (рис. 4.5). При этом нам сейчас не важно, что именно в пакете — набор волн или поток фотонов. Световой пакет имеет некоторую пространственную протяжённость, размер которой нам также не важен. Расстояние между передними фронтами двух смежных потоков обозначим через λ и назовём условно длиной волны. Если свет относительно источника распространяется со скоростью c, а источник излучает световые пакеты периодически через постоянное время T (то есть с частотой f = 1/T), то длина волны равна λ = cT.

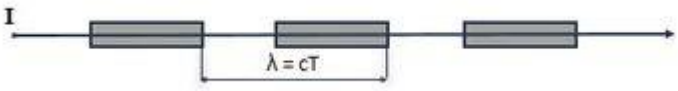

Рис. 4.5 Световые пакеты от мигающего источника I

Пусть источник неподвижен, а наблюдатель удаляется от него вдоль направления излучения со скоростью v ≤ c. Тогда наблюдаемый период T’ следования световых пакетов определится по формуле эффекта Доплера (4.3):

$$T' = \frac{\lambda}{|C - V|} = \frac{|C|T}{|C - V|} = \frac{cT}{c - v} = \frac{T}{1 - \beta}.$$

При встречном движении наблюдателя к световому потоку в указанной выше формуле следует заменить знак “-” на “+”.

Эффект Доплера для рассмотренной здесь схемы движения мог быть использован О. Рёмером в 1676 г. для вычисления скорости света с довольно хорошей точностью даже при не очень точных значениях необходимых данных (например, радиус орбиты Земли по Кассини был равен 140 млн км, а не 150 млн км). Но, видимо, он этого не сделал. И дело здесь не в том, что об эффекте Доплера человечество узнало спустя полтора века, а в том, что Рёмер мог открыть его сам.

Заслуга Рёмера заключается в установлении конечности скорости света вопреки укоренившемуся тогда мнению, что свет распространяется мгновенно. Вместе с тем он указал, что свет проходит диаметр орбиты Земли примерно за 22 минуты (радиус орбиты или одну астрономическую единицу — за 11 минут). Если вычислить скорость света при указанном Рёмером времени и известном нам радиусе орбиты Земли, то получится значение, отличающееся от современного примерно на 25%. Это слишком большая погрешность! Однако вскоре, в 1704 г., И.Ньютон в своей «Оптике» сообщил, что свет проходит одну астрономическую единицу за 7 или 8 минут, а это уже близко к современному значению. Заметим, что такое существенное уточнение никак нельзя объяснить возможным прогрессом в измерительной технике за столь короткое время. Затем, в 1726 — 1728 г.г. Д. Брадлей установил, что свет проходит от Солнца до Земли за 8 минут 13 секунд, то есть со скоростью 304 000 км/с — весьма хороший результат.

Напомню, Рёмер наблюдал затмения Ио — спутника Юпитера. При выходе Ио из тени Юпитера возникает световой пакет отражённого ею солнечного света, который прерывается при заходе Ио в тень. Таким образом, мы имеем дело с мигающим источником света (Ио то появляется, то исчезает, или свет от неё то идёт, то — нет). Было замечено, что измеряемый период обращения Ио вокруг Юпитера претерпевает изменения: при удалении Земли от Юпитера период Ио немного увеличивается, а при приближении — уменьшается. Причина этого, как справедливо предположил Рёмер, заключается в том, что вследствие орбитального движения Земли свету от Ио приходится проходить большее или меньшее расстояние, а значит при конечной скорости света ему потребуется тратить больше или меньше времени. Собственный (или «истинный») период обращения Ио (примерно 1,77 земных суток) измерялся тогда, когда Земля и Юпитер находились на минимальном или максимальном расстояниях друг от друга, то есть в так называемых положениях соединения и оппозиции соответственно. В этих положениях Земля и Юпитер движутся почти параллельно друг другу и

расстояние между ними практически не изменяется. Иначе говоря, в соединении и оппозиции скорость изменения расстояния между Землёй и Юпитером (а заодно и Ио) близка к нулю. Наибольшая скорость изменения расстояния получается в точках земной орбиты, лежащих на полпути от точки соединения до точки оппозиции и, обратно, от оппозиции до соединения. В этих положениях скорость примерно равна орбитальной скорости Земли — 29,78 км/с, а наблюдаемое в них отклонение периода обращения Ио от его истинного значения равно 15 с. В те далёкие времена погрешность измерения интервалов времени длительностью в несколько суток могла быть меньше 1 секунды.

Отклонение измеряемого на Земле периода обращения Ио от истинного значения обусловлено эффектом Доплера. Если даже принять довольно грубую модель (Юпитер неподвижен, а вектор скорости Земли направлен вдоль прямой Земля – Юпитер, хотя реальный угол равен 11 градусам), то воспользовавшись приведенной в начале данного раздела формулой, можно вычислить приближённое значение скорости света:

$$c = (\frac{T}{\Delta T} + 1)v = 303642{,}8 \text{ км/с},$$

где T — истинный период обращения Ио (1,77 суток или 152928 с);

ΔT — отклонение наблюдаемого периода от истинного (15 с);

v — орбитальная скорость Земли (29,78 км/с).

Как видно, погрешность вычисленного значения скорости света даже при грубой модели не превышает 1,3%.

На связь между опытом Рёмера и эффектом Доплера впервые, как мне кажется, обратил внимание Владимир Секерин (книга “Теория относительности — мистификация XX века”, 2007 г.). Кроме того, схема опыта А. Физо, проведённого в 1849г., спустя несколько лет после обоснования своих опытов К. Доплером, с целью определения скорости света в земных условиях, идейно очень близка схеме опыта Рёмера. Но все эти схемы легко описываются в рамках одной и той же “теории” — кинематической схемы Доплера.

Естественно допустить, что ни Рёмер, ни Ньютон ничего не знали об эффекте, открытом Доплером. Они не оставили нам описаний своих методов. Не буду останавливаться на предположениях о том, почему у Рёмера получилась столь огромная ошибка. Однако осмелюсь предположить, каким методом смог получить довольно точный результат Ньютон, поскольку он уже знал, что такое интеграл. Описываемый далее метод даёт довольно небольшую погрешность, обусловленную упрощением схемы расчётов и округлением данных.

Упрощение схемы заключается в том, что вместо расстояния между Землёй и Ио мы будем рассматривать расстояние между Землёй и Юпитером, который к тому же будем считать неподвижным. Первое упрощение оправдывается тем, что радиус орбиты Ио меньше радиуса орбиты Юпитера более, чем в 1857 раз, а второе — тем, что период Юпитера почти в 12 раз больше земного, так что за полгода угловое смещение Юпитера составит всего лишь около 15 градусов.

Расстояние r между Землёй и Юпитером вычисляется по известной теореме косинусов (рис. 4.6):

$$r = \sqrt{R_{Ю}^2 - 2R_{Ю}R_{З}\cos(\varphi) + R_{З}^2} \quad , \qquad (4.6)$$

где Rю, Rз — радиусы орбит Юпитера и Земли соответственно;

φ — угол между направлениями от Солнца на Землю и Юпитер.

В астрономических единицах измерения Rз=1, Rю=5.2; одна астрономическая единица равна примерно 150 млн км.

Пусть r_i — расстояние между Землёй и Юпитером в момент i-го (i=0, 1, 2, …) выхода Ио из тени Юпитера; 0-й выход наблюдается в положении соединения, то есть на минимальном расстоянии до Юпитера. Выражение для r_i получается из формулы (4.6) заменой угла φ на величину 2πTi/Tз, где T — истинный период обращения Ио около Юпитера, а Tз — период обращения Земли вокруг Солнца; 2πTi/Tз = 2πi(1,77/365,25) = 0,0304i.

Рис. 4.6 К вычислению расстояния между Землёй и Юпитером

Запаздывание ΔT_i i-го выхода Ио из тени определяется следующим выражением:

$$\Delta T_i = (r_i - r_{i-1})/c , \qquad (4.7)$$

где c — скорость света.

Скорость света пока нам неизвестна, но ΔT_i как функция i аналогична разности расстояний $r_i - r_{i-1}$ как функции от i. Иначе говоря, $\Delta T_i(i)$ совпадает с $(r_i - r_{i-1})(i)$, с точностью до масштаба. Поэтому перейдём от выражения (4.7) посредством простого изменения масштаба к следующему:

$$\Delta T_i = \frac{\max(\Delta Ti)}{\max(ri - ri-1)} (r_i - r_{i-1}), \qquad (4.8)$$

где $\max(\Delta T_i)$ — максимальное значение запаздывания ΔT_i , равное по наблюдениям Рёмера 15 секундам;

$\max(r_i - r_{i-1})$ — максимальное значение разности расстояний.

Максимальные значения запаздывания и разности расстояний получаются при i=52, когда Земля находится приблизительно на перпендикуляре к прямой соединение — оппозиция, проходящем через Солнце. Теперь всё готово, чтобы вычислить суммарное запаздывание, обусловленное удалением Земли от Юпитера на диаметр орбиты Земли (2 астрономических единицы), или же сразу вычислить скорость света.

Для вычисления суммарного запаздывания достаточно проинтегрировать (например, с помощью калькулятора, что я и сделал) выражение (4.8) по i в пределах от 1 до 103 (так как 0,5Tз/T=182,6/1,77=103,2) — столько затмений Ио наблюдается за полгода между перемещениями Земли от соединения к оппозиции, в течение которого Земля удаляется от Юпитера на диаметр своей околосолнечной орбиты, то есть на 2 астрономических единицы (примерно 300 млн км). В результате получается суммарная временная задержка ΔT= 999,75 секунд (или 16,66 минут, а не 22 минуты как у Рёмера). Отсюда получаем значение скорости света:

$$c = 2Rз/\Delta T = 300\,000\,000/999{,}75 = 300\,075 \text{ км/с}.$$

Это очень близко к современному значению.

Сравнивая выражения (4.7) и (4.8), не трудно заметить, что

$$c = \frac{\max(ri - ri-1)}{\max(\Delta Ti)}.$$

Помятуя о том, что максимумы достигаются примерно при i = 52, получаем c = 0, 00199 астрономических единиц в секунду, или 298 500 км/с. Отсюда следует, что свет преодолевает расстояние от Солнца до Земли (одну астрономическую единицу) за 1/0,00199/60 = 8,38 минут. Мне кажется, что нечто подобное описанному здесь выполнил Ньютон. Кстати, Рёмер недоумевал, получив от Ньютона его (ньютоновскую) оценку времени прохождения светом от Солнца до Земли, очень близкую к современному значению.

Далее, нетрудно заметить, что если обе части равенства (4.7) поделить на истинный период T обращения Ио вокруг Юпитера, то получится приближённая формула Доплера:

$$\Delta T_i / T = ((r_i - r_{i-1})/T)/c = v_{ri}/c,$$

где $v_{ri} = (r_i - r_{i-1})/T$ — радиальная скорость Земли относительно Юпитера;

i = 0, 1, 2, … — номер выхода Ио из тени Юпитера.

Рассмотрим подробнее, почему последняя формула является приближённой для рассматриваемого в данном разделе эффекта Доплера. Учитывая, что $\Delta T = T' - T$, указанную выше формулу можно привести с помощью элементарных преобразований к виду:

$$T' = (1 + \beta)T.$$

Однако точная формула для рассматриваемой схемы движения света и наблюдателя имеет вид:

$$T' = \frac{T}{1 - \beta}.$$

Но обе эти формулы дают значения, отличающиеся друг от друга на величину порядка $T\beta^2$ (в рассматриваемой задаче при T= 1,77 земных суток и $\beta^2 = (30/300000)^2$ отличие равно 1,5мс). Поэтому первую из сравниваемых формулу мы и называем приближённой по отношению к точной.

Видимо, Рёмер и Ньютон, если даже и заметили появление в своих расчётах формул эффекта Доплера, то не придали им особого значения. Рёмер решал другую задачу — составление точного расписания выходов Ио из тени, чтобы мореходы могли воспользоваться астрономическими часами (Ио появляется периодически, но для периода необходимы поправки) для определения своей долготы места (идея принадлежит Галилею). А Ньютон сначала доверился Рёмеру, указав 1686 г.(спустя 10 лет) в первом издании своих “ Математических начал натуральной философии ”, как и Рёмер, что свет проходит две астрономических единицы (диаметр земной орбиты) за 22 минуты, а затем, спустя 18 лет, поправил его: свет проходит две астрономических единицы (диаметр земной орбиты) за 14 или 16 минут. Современное значение — примерно 16 минут 40 секунд (от Солнца до Земли свет проходит примерно за 8 минут 20 секунд). Я предполагаю, что Ньютон не использовал формулу Доплера, а просто проинтегрировал отклонения наблюдаемого периода Ио от его так называемого истинного значения, как и следовало поступить, не углядев того, что теперь называется эффектом Доплера.

5 О “нулевом” результате опыта Майкельсона

Зависит ли скорость света, измеряемая в подвижной системе отсчёта, от направления его движения? Ответ на этот вопрос попытался получить А. Майкельсон в 1881 г. в эксперименте посредством изобретённого им интерферометра. Затем этот эксперимент с различного рода техническими усовершенствованиями повторялся несколько раз А. Майкельсоном как самостоятельно, так и в сотрудничестве с Э. Морли, а также другими исследователями, например, Д. Миллером. Хотя результаты измерений и отличались от нуля, всё же они были значительно меньше ожидаемых, а потому в итоге были признаны (в первую очередь, сторонниками теории относительности) “нулевыми”. Многие считают, что так называемый нулевой результат опытов Майкельсона является экспериментальной основой теории относительности, отказавшейся от эфира и постулировавшей постоянство скорости света.

Далее мы увидим, что “нулевой” результат опытов Майкельсона как раз и является ожидаемым, а потому не может служить обоснованием ни отсутствия эфира, ни постоянства скорости света во всех инерциальных системах отсчёта

Идея (схема) опыта Майкельсона довольно проста и широко представлена в литературе. Тем не менее, я приведу её краткое описание для удобства читателей настоящей статьи. Предполагалось, что свет распространяется в неподвижном эфире, через который движется всё, в том числе и Земля. Тогда свету от наземного источника для прохождения некоторого расстояния вдоль направления орбитального движения Земли потребуется время, отличное от времени на прохождение такого же расстояния в ином направлении. Вместо технически проблематичного непосредственного измерения времён в эксперименте фиксировалось смещение полос в интерференционной картине, получающейся при сведении указанных лучей в одной точке. Для осуществления этого замысла Майкельсон применил свой интерферометр, схема которого показана на рис. 5.1, а.

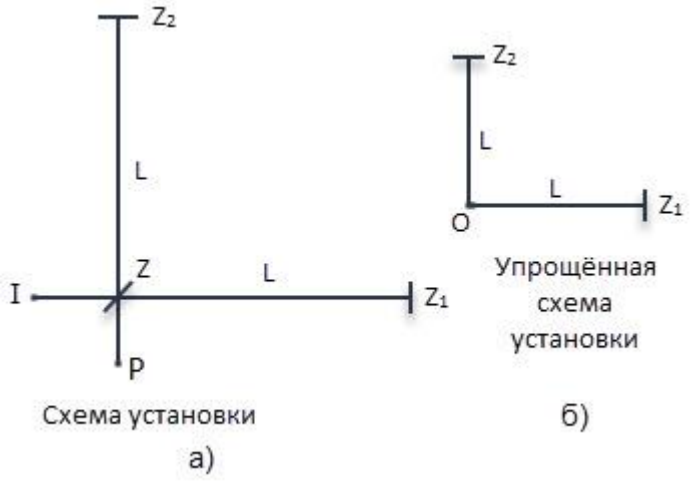

Рис. 5.1 Схема установки в опыте Майкельсона

Луч света от источника I, проходя через полупрозрачное зеркало Z, расщепляется на два взаимно перпендикулярных луча. Эти лучи движутся к зеркалам Z_1 и Z_2, отражаются от них и через полупрозрачное зеркало Z попадают в пункт P наблюдения их интерференции. Полупрозрачное зеркало необходимо, чтобы получить из одного два когерентных (одинаковой частоты) луча, поскольку иначе интерференция не получится. Плечи ZZ_1 и ZZ_2 интерферометра одинаковы по длине, которую обозначим через L. Пусть плечо ZZ_1 направлено вдоль орбитального движения Земли. И свет, и экспериментальная установка движутся в пространстве и относительно него. Заполнено ли оно некоей субстанцией (эфиром или электромагнитным полем) или нет, сейчас не имеет значения. По расчётам предполагалось, что не смотря на равенство плеч, в пункт наблюдения P лучи прибудут не одновременно, создав там некоторую интерференционную картину. Если интерферометр повернуть в его плоскости на 90^0, то разность времён прибытия лучей изменит знак, что приведёт к смещению интерференционной картины. Это смещение очень мало, но интерферометр позволял его зафиксировать, если бы оно было. Перед проведением эксперимента ожидалась ненулевая разность хода лучей.

Теперь перейдём к расчётам, для чего упростим схему интерферометра так, как показано на рис. 5.1, б, соединив источник света I, полупрозрачное зеркало Z и пункт наблюдения P в одной точке O. Это упрощение не привносит в принципиальную схему ничего лишнего, а также не изымает из неё ничего важного, что могло бы существенно отразиться на результатах опыта. Мы рассчитаем время прохождения света туда и обратно сначала вдоль продольного плеча, а затем вдоль поперечного, а потом сравним эти времена.

5.1 Продольное плечо

Сначала рассчитаем время t_1, необходимое свету для прохождения пути от точки O до зеркала Z_1 и обратно вдоль продольного плеча экспериментальной установки.

Пусть t_{11} — время на путь до Z_1, t_{12} — время на обратный путь до O, тогда $t_1 = t_{11} + t_{12}$; c и v — скорости света и установки относительно пространства (эфира) соответственно (c = 300 000 км/с, v = 30 км/с); L — длина плеча установки.

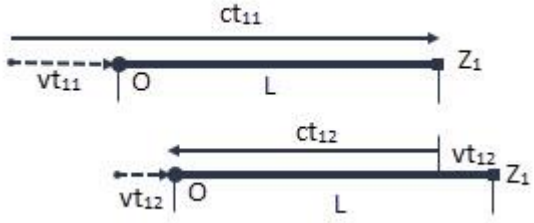

Рис. 5.2 К расчёту времени для продольного плеча

При движении света к зеркалу Z_1 последнее удаляется от него со скоростью v, а на обратном пути пункт наблюдения O приближается к нему с той же скоростью (рис. 5.2), так что выполняются следующие равенства:

$$L + vt_{11} = ct_{11},$$

$$L - vt_{12} = ct_{12},$$

Из данных равенств следует, что

$$t_1 = t_{11} + t_{12} = \frac{2Lc}{c^2 - v^2} = \frac{2L/c}{1 - \beta^2}, \qquad (5.1)$$

где $\beta = v/c$.

Разумеется, все описанные выше рассуждения, повторяющиеся практически во всех литературных источниках, справедливы с точки зрения наблюдателя, неподвижного относительно пространства, в котором движутся и источник света, и порождённый им свет. Здесь у меня нет никаких замечаний, но далее, при рассмотрении движения в поперечном плече, возможны по меньшей мере два варианта, которые мы и рассмотрим.

5.2 Поперечное плечо

Для расчёта времени $t_2 = t_{21} + t_{22}$ на прохождение светом вдоль поперечного плеча туда и обратно обычно использовалась схема, подобная показанной на рис. 5.3. Здесь O’ — положение точки O установки в момент излучения света, O’’ — в момент встречи его с зеркалом, O — в момент прихода в точку наблюдения отражённого от зеркала света. В данной схеме, очевидно, $t_{21} = t_{22}$. Из следующих двух равенств

$$L^2 + v^2 t_{21}^2 = c^2 t_{21}^2 ,$$

$$t_{21} = t_{22}$$

получаем

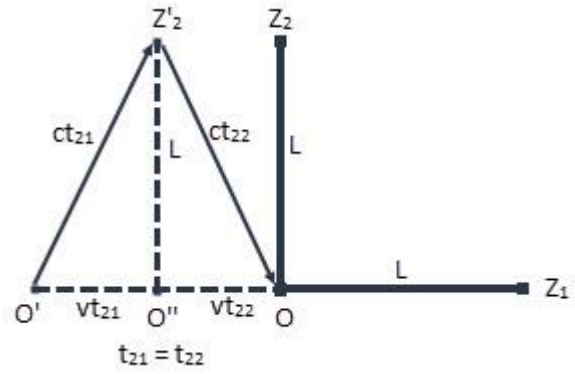

Рис. 5.3 К расчёту времени для поперечного плеча (обычно применяемая схема)

$$t_2 = t_{21} + t_{22} = \frac{2L/c}{\sqrt{1-\beta^2}} . \qquad (5.2)$$

Заметим на всякий случай, что первое из двух исходных равенств получается по теореме Пифагора.

С учётом (5.1) и (5.2) приблизительное выражение для разности хода лучей по времени имеет вид:

$$\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2L/c}{1-\beta^2} - \frac{2L/c}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx 2L/c\,(1+\beta^2 - (1+\frac{\beta^2}{2})) = L\,\beta^2/c. \qquad (5.3)$$

Здесь и далее приблизительные выражения получаются путем разложения исходных в степенные ряды с сохранением членов, содержащих β в степени не более второй.

Разность хода лучей (5.3), как видно, отлична от нуля, если скорость установки $v \neq 0$. Она очень мала ($\beta^2 = 10^{-8}$), но интерферометр Майкельсона всё же мог её зафиксировать, выделив из хаоса погрешностей измерений. Разумеется, в опыте измерялась не разность хода лучей по времени, а функционально связанное с ней смещение полос в интерференционной картине. При пересчёте этого смещения в скорость v движения наземной установки (то есть Земли по орбите — 30 км/с) получались значения от нуля до нескольких км/с и даже до 10 км/с. Столь большое отклонение значения v, полученного благодаря эксперименту, от априори известного привело к “окончательному” вердикту: разность хода световых лучей равна нулю. Иначе говоря, свет во всех направлениях распространяется с одинаковой скоростью не только в эфире, но и во всех других инерциальных системах отсчёта. Следовательно, эфир, как инерциальная система отсчёта, не является особой — все инерциальные системы равноправны. А поскольку природа эфира неизвестна, то лучше всего отказаться от него вообще. Это, разумеется, приговор сторонников теории относительности. Вместе с тем, поскольку результаты эксперимента всё же отличались от нуля, Майкельсон, Морли, Миллер и другие продолжили техническое усовершенствование установки в направлении, главным образом, устранения вибраций, нестабильности температуры, неоднородности среды распространения света и увеличения его оптического пути; если первые опыты проводились в подвале, то последние — на горе; если сначала длина плеч составляла 1,5 м, то впоследствии за счёт организации многократных отражений длина оптического пути составляла уже 11 и даже более 65 м. Но все это не привело к существенным изменениям итогового результата. Существует много объяснений “нулевого результата”, но, на мой взгляд, естественная и допускающая простое объяснение причина заключается совсем в другом.

На мой взгляд, дело в том, что зеркало Z_2 поперечного плеча интерферометра оказалось *слишком широким* (5,5 см) при довольно небольшой длине самого плеча (1,5 м). Из-за этого оптический путь луча в эфире в действительности имел конфигурацию, отличную от изображённой на рис. 5.3. *Правильная конфигурация* в общем случае при условии, что идущий к зеркалу луч света не слишком узок, показана на рис. 5.4, а. На этом рисунке круговые дуги изображают участки фронтов световых волн. Нетрудно заметить, что обычно применяемая схема (рис. 5.3) корректна, если ширина зеркала Z_2 достаточно мала, а луч света, идущего к нему, достаточно широк (в противном случае он просто пройдёт мимо зеркала). Луч света — это радиус из точки излучения до касания *его окружности* с зеркалом (все соображения о сложении скоростей здесь ни при чём). Если луч достигает зеркала, то отражённая от него волна достигает пункта наблюдения О так же, как и любой другой точки, если на пути к ней не встречает препятствия — диаграмма направленности отражённого света существенно шире диаграммы прямого луча.

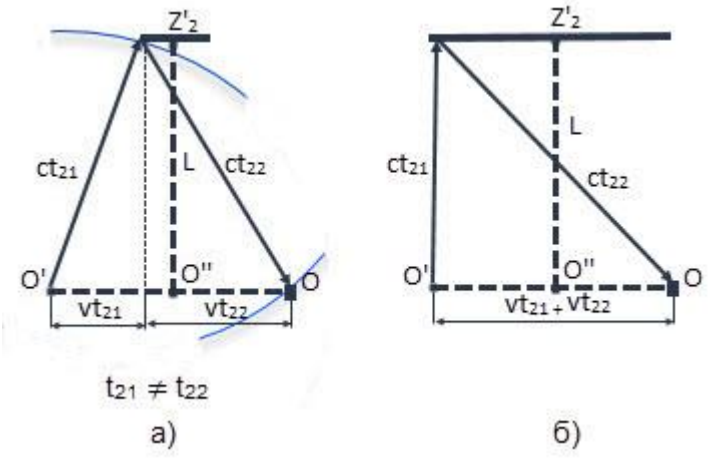

Рис. 5.4 К расчёту времени для поперечного плеча (правильная схема)

В опыте Майкельсона, как я полагаю, имела место конфигурация, показанная на рис. 5.4, б. В самом деле, время распространения света от источника О’ до зеркала Z'_2 приблизительно равно $t_{21} = L/c$ (здесь точности такого предположения вполне достаточно). За это время плечо установки переместится на расстояние $vt_{21} = Lv/c = L\beta$ в точку О’’. При L = 1,5 м и $\beta = v/c = 10^{-4}$ указанное смещение плеча относительно пространства (эфира) составит всего лишь 0,15 мм. Полуширина зеркала равна 5,5/2 = 2,75см, то есть существенно больше его смещения относительно пространства (эфираЪ. Ситуация качественно не изменится, если длину плеча увеличить в 100 раз. Следовательно, первое соприкосновение фронта излучённой волны с зеркалом произойдёт на пересечении с ним перпендикуляра из точки излучения О’, даже если бы эта волна находилась в сколь угодно узком луче.

Расчёт времени $t_2 = t_{21} + t_{22}$ прохождения света в поперечном плече интерферометра, основанный на схеме, показанной на рис. 5.4, б, выполняется посредством следующих двух уравнений:

$$L^2 + v^2(t_{21} + t_{22})^2 = c^2 t_{22}^2 ,$$

$$t_{21} = L/c \ .$$

Остановимся на технических подробностях. После подстановки уже известного значения t_{21} в первое уравнение в результате его элементарных преобразований получаем квадратное уравнение относительно t_{22}:

$$t_2^2 - \frac{2(L/c)\beta^2}{1-\beta^2} t_2 - \frac{(L/c)^2(1+\beta^2)}{1-\beta^2} = 0.$$

В этом уравнении из двух возможных корней только один положительный, который нам и нужен:

$$t_{22} = (L/c)\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2} .$$

Искомое выражение для t_2 имеет вид:

$$t_2 = t_{21} + t_{22} = L/c + (L/c)\frac{1+\beta^2}{1-\beta^2} = \frac{2L/c}{1-\beta^2}. \qquad (5.4)$$

Выражение (5.4) в точности совпадает с (5.1) для времени t_1 распространения света в продольном плече. Следовательно, разность хода лучей в продольном и поперечном плечах $\Delta t = t_1 - t_2 = 0$. Таким образом, нулевой результат опыта Майкельсона закономерен и мог быть предвиден ещё до его проведения. Другими словами, предварительные расчёты Майкельсона и его соратников, как я полагаю, неверны.

5.3 Общий и предельные случаи

Теперь перейдём к общему случаю, в котором полуширина зеркала Z_2 имеет значение между нулём и смещением плеча за время распространения света от излучателя до зеркала. Иначе говоря, нас интересует, что будет, если уменьшить полуширину зеркала на конце поперечного плеча. Быть может, при достаточно малой полуширине зеркала схема Майкельсона в какой-то степени сработает?

Обозначим полуширину зеркала Z_2 через d. Тогда с помощью рис. 5.4, а нетрудно составить уравнения, определяющие времена распространения света до зеркала (t_{21}) и от точки отражения до пункта наблюдения (t_{22}):

$$(ct_{21})^2 - (vt_{21} - d)^2 = L^2, \qquad (5.5)$$

$$(ct_{22})^2 - (vt_{22} + d)^2 = L^2. \qquad (5.6)$$

Представим полуширину зеркала Z_2 как $d = kvt_{21}$, где $0 \le k \le 1$ — коэффициент, указывающий на долю, которую составляет полуширина зеркала в продольном перемещении vt_{21} его центра. При k=0 (зеркало нулевой ширины) получается классическая схема опыта Майкельсона (рис. 5.3), а при k = 1 край зеркала “висит” над точкой O’ излучения света (рис. 5.4, б).

Из (5.5) получаем точные формулы для t_{21} и d:

$$t_{21} = \frac{L/c}{\sqrt{1-\beta^2(1-k)^2}},$$

$$d = kvt_{21} = \frac{kL\beta}{\sqrt{1-\beta^2(1-k)^2}}.$$

Точное выражение для t_{22} распространения света от зеркала Z_2 до точки приёма O, получаемое из (5.6), оказывается довольно громоздким. Если использовать приблизительное выражение $d \approx kL\beta$, то t_{21} можно представить в виде:

$$t_{22} \approx \frac{L/c}{1-\beta^2}\left(k\beta^2 + \sqrt{1-\beta^2(1-k^2)}\right).$$

Используя указанные ранее правила приближения, формулу для $t_2 = t_{21} + t_{22}$ представим в виде:

$$t_2 \approx \frac{L}{c}\left(2 + \beta^2(1 + k^2)\right).$$

Тогда разность хода лучей по времени

$$\Delta t = t_1 - t_2 \approx \frac{L}{c}\beta^2(1 - k^2).$$

При k = 0 (ширина зеркала близка к нулю) $\Delta t = \frac{L}{c}\beta^2$, то есть такая же, как в обычной схеме расчёта (рис. 5.3); при k = 1 (очень широкое зеркало) $\Delta t = 0$, то есть такая же, как и при точных расчётах по

схеме рис. 5.4, б; если k = 0.5 (полуширина зеркала равна 0, 075мм при длине плеча 1,5м), то Δt составит 75% от максимально возможного значения, что должно было бы соответствовать 87% значения скорости установки (Земли по её орбите).

Таким образом, чтобы получить в опыте Майкельсона ненулевой результат, достаточно было бы использовать как можно более узкие зеркала. Возможно, при этом возникли бы дополнительные трудности технического характера, но это уже другая история.

> ***Примечание.*** *В обычной схеме опыта Майкельсона для расчёта времени прохождения света в поперечном плече (рис.5.3), похоже, предполагалось, что справедлива модель, называемая в настоящей статье альтернативной. Напомню, в альтернативной модели свет распространяется со скоростью C относительно источника не зависимо от того, как он движется, а в неподвижной системе действует принцип сложения скоростей: в неподвижной системе скорости света и его источника складываются как векторные величины, подобно тому как скорость пуль и скорость пулемёта.*
>
> *В проповедуемой здесь концепции свет распространяется со скоростью C относительно точки пространства (у нас — неподвижной системы), в которой он возник. Таким образом, скорость света векторно складывается со скоростью источника не в неподвижной системе, а в подвижной — системе наблюдателя.*
>
> *Однако в так называемой обычной схеме (рис.5.3) опыта Майкельсона для поперечного плеча произошла странная подмена: скорости света и источника стали складываться в неподвижной системе. Так, на рис. 5.3 изображена ситуация (равнобедренный треугольник), которая наблюдается именно неподвижным наблюдателем. Таким образом, с учётом результатов настоящей статьи и приведённых здесь замечаний мы можем сделать такой вывод: так называемый нулевой результат опыта Майкельсона был вполне ожидаем, а его экспериментальное подтверждение (не важно с какой точностью) означает лишь то, что свет не распространяется с постоянной скоростью относительно источника. С постоянной скоростью он распространяется относительно той точки пространства, где возник.*

Литература

1. Верховский Л.И. Мемуар по теории относительности и единой теории поля, —М., 2000. https://vixra.org/pdf/1801.0305v1.pdf
2. Секерин В.И. Теория относительности — мистификация XX века. 2007.

   https://bookscafe.net/book/sekerin_vladimir-teoriya_otnositelnosti_mistifikaciya_hh_veka-203182.html
3. Авдеев Е.Н. Критика современной физики. Альтернативная эфирная физика. https://efirfizika.ru
4. Акимов О.Е. Естествознание. Курс лекций, —М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2001. http://sceptic-ratio.narod.ru/fi/es4.htm http://vekordija.narod.ru/R-OAKL-2.PDF
5. Купряев Н.В. Критические замечания по учебнику О.Е. Акимова “Естествознание. Курс лекций ”, 2004. http://sciteclibrary.ru/rus/catalog/pages/6899.html

6. Дунаев В.В. Замкнутые системы и системы отсчёта. 2013.
https://proza.ru/2013/09/17/1468

7. Дунаев В.В. Анимационная иллюстрация эффекта Доплера.
http://dunaevv1.narod.ru/other/dopler.htm
https://yadi.sk/d/1uIYa_dxChyByQ